

Reversible Space Equals Deterministic Space

Lange, K.J., McKenzie, P. and Tapp, A.

Journal of Computer and System Sciences, Vol.60, No.2,
pp.354–367 (2000)

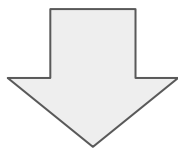
論文紹介 田島嘉人

この研究について

背景

Pebble Game Method

時間計算量 $T(n)$ 、空間計算量 $S(n)$ の非可逆アルゴリズムは
空間計算量 $O(S \log T)$ で可逆シミュレーション可能



より小さい空間計算量にできるのではないか？

LMT-search

$O(S)$ で可逆シミュレーション可能

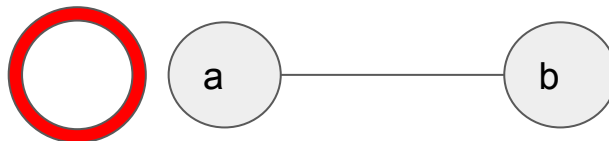
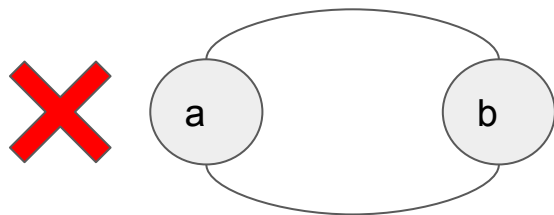
アプローチ

可逆チューリング機械で計算を行い証明

→入力テープ長(つまり n)のみを用いて、出力を計算する

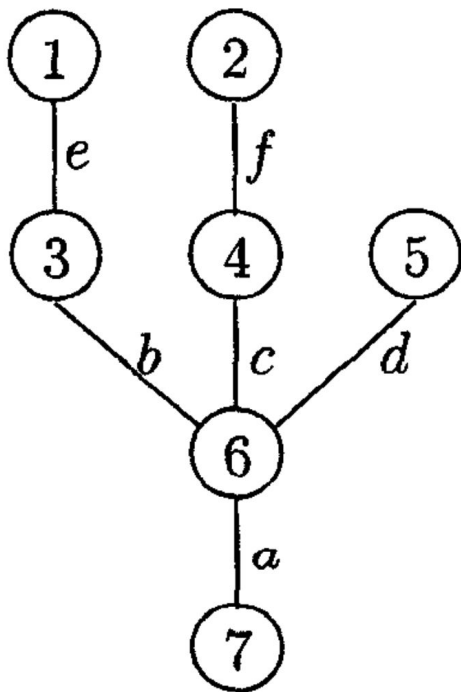
可逆チューリング機械とは？

ある状態からある状態へ遷移する時、辺が一つのチューリング機械

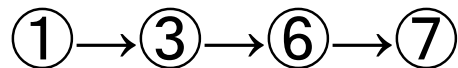


方法

以下のような状態遷移表があったとする



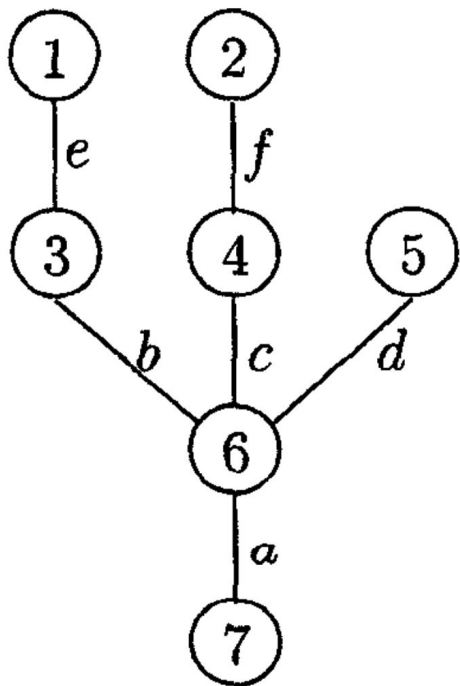
1を開始状態、7を終了状態とすると、状態は次のように遷移する



ここで、埋め込み法などを使う場合は、6に来た**方向を保存する為の情報**を保持する必要があった

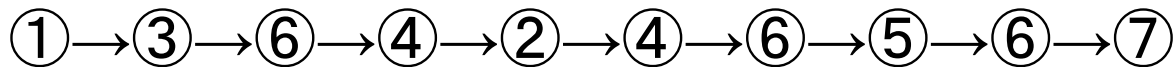
方法

提案した情報を追加で作成することなく計算できる方法(直感的説明)

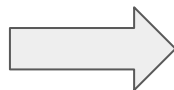


→状態遷移表を直線にする

例えば、この表であれば...



の順で遷移



分岐の情報を保持する必要がなくなった!

方法

先ほどの動きをチューリング機械で実行する状態遷移関数

EULER STAGE: 動きがEULER TOURに似ていることから

開始状態から始まり、状態に応じてテープの値を入れ替えながら最終状態になるまで繰り返される

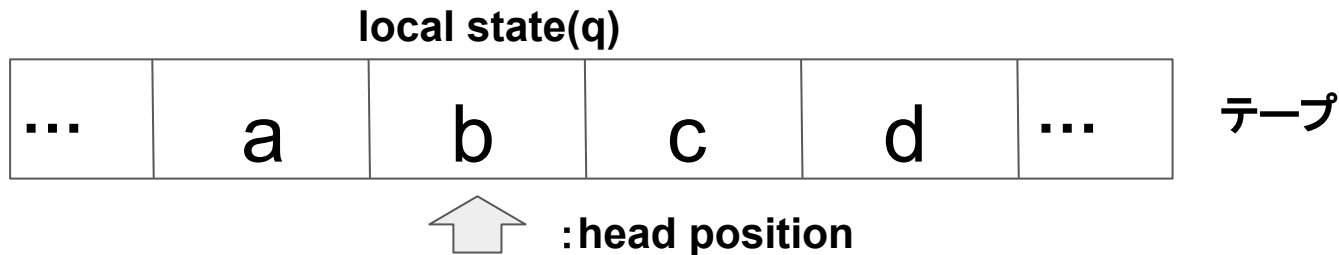
$$\begin{array}{llll} q \text{EULER}_{xyz}, b & \rightarrow & b, q \text{ROTATE}_{1,xyz}^{\leftarrow} & q \text{SWAP}_{1,(\frac{q}{b})yc}, b & \rightarrow & ?(\frac{q}{b}) \text{SWAP}_{2,(\frac{q'}{b})yc}^{\rightarrow}, b \\ b, q \text{ROTATE}_{1,xyz}, a & \rightarrow & ab, q \text{ROTATE}_{2,xyz}^{\rightarrow} & ?(\frac{q}{b}) \text{SWAP}_{2,(\frac{q'}{b})yc}, c & \rightarrow & ?(\frac{q}{b}) \text{SWAP}_{3,(\frac{q'}{b})y}^{\leftarrow}, c \\ ab, q \text{ROTATE}_{2,xyz}, b & \rightarrow & ab, q \text{ROTATE}_{3,xyz}^{\rightarrow} & ?(\frac{q}{b}) \text{SWAP}_{3,(\frac{q'}{b})y}, b & \rightarrow & ?(\frac{q}{b}) \text{SWAP}_{4,(\frac{q'}{b})}^{\leftarrow}, y \\ ab, q \text{ROTATE}_{3,xyz}, c & \rightarrow & ab, q \text{ROTATE}_{4,x'y'z'}^{\leftarrow} & ?(\frac{q}{b}) \text{SWAP}_{4,(\frac{q'}{b})}, a & \rightarrow & a(\frac{q}{b}) \text{SWAP}_{5,q'}^{\leftarrow}, x \\ ab, q \text{ROTATE}_{4,x'y'z'}, b & \rightarrow & a, q \text{ROTATE}_{5,x'y'z'}^{\leftarrow} & a(\frac{q}{b}) \text{SWAP}_{5,q'}, d & \rightarrow & q' \text{EULER}_{da(\frac{q}{b})}^{\rightarrow}, d \\ a, q \text{ROTATE}_{5,x'y'z'}, a & \rightarrow & q \text{SWAP}_{1,x'y'z'}^{\rightarrow} & & & \end{array}$$

方法

EULER STAGE: ROTATION substage

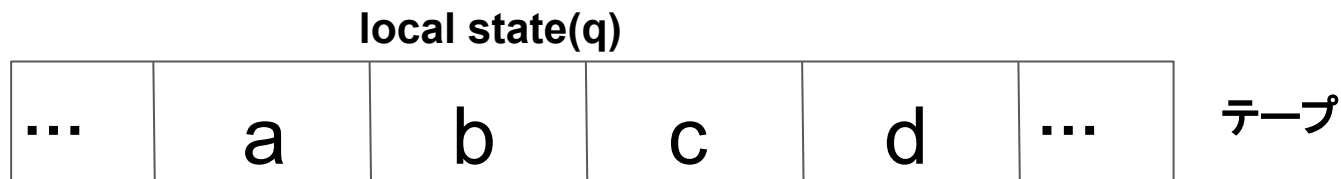
現在の位置から、次に進むべき位置を調べる

初期状態



方法

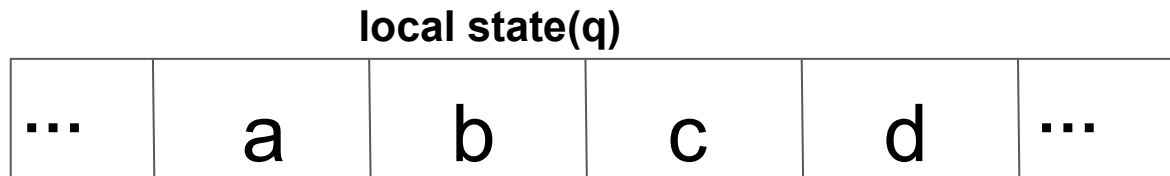
$q\text{EULER}_{xyz}, b \rightarrow \text{ROTATE}_{1,xyz}^{\leftarrow}$ headから読み取った値 (b)が有限コントロールに蓄積



↑ : head position

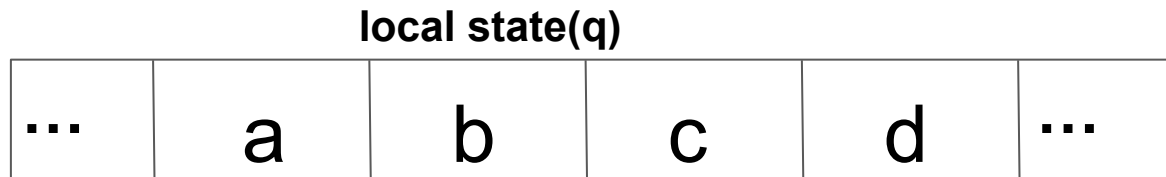
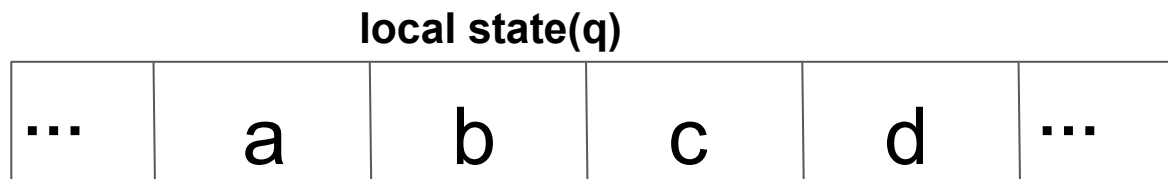


headを左へずらす



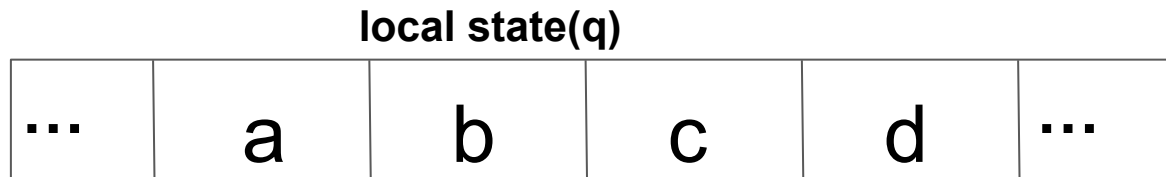
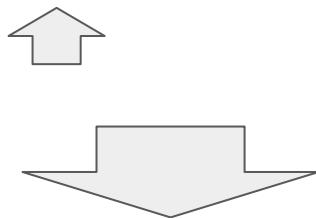
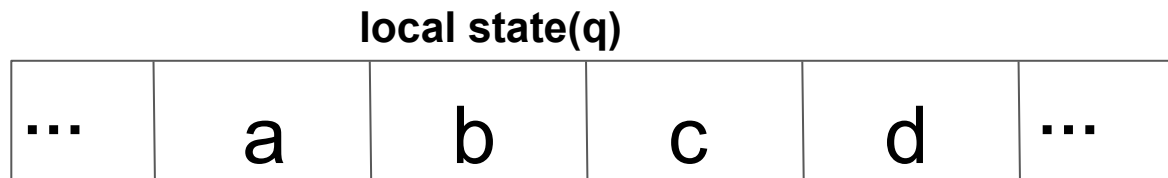
方法

$$b, q \text{ ROTATE}_{1,xyz}, a \rightarrow \textcircled{ab}, q \text{ ROTATE}_{2,xyz}^{\rightarrow}$$



方法

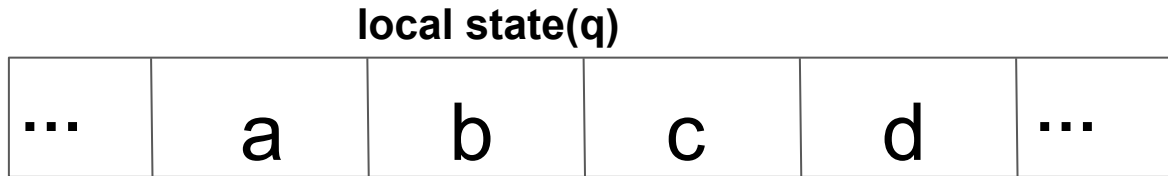
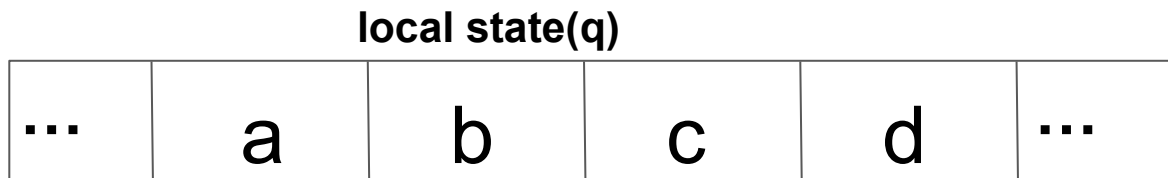
$$ab,q \text{ ROTATE}_{2,xyz}, b \rightarrow \textcircled{ab,q} \text{ ROTATE}_{3,xyz}^{\rightarrow}$$



方法

$ab, q \text{ ROTATE}_{3,xyz}, c \rightarrow ab, q \text{ ROTATE}_{4, x'y'z'}$

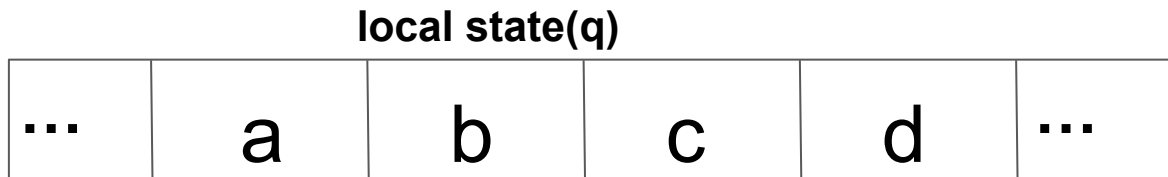
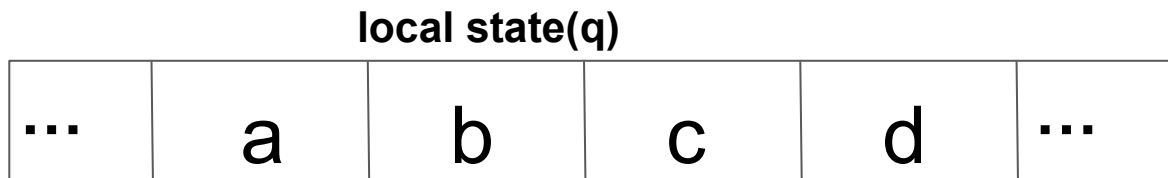
a, b, cの値を読み取ったので、local stateと隣接する二つの値から、次に進むべき位置を示す値を計算する関数F(a,b,c)によって、x, y, zの値が更新された



方法

$$ab, q \text{ ROTATE}_{4, x' y' z'}, b \rightarrow \textcircled{a}, q \text{ ROTATE}_{5, x' y' z'}$$

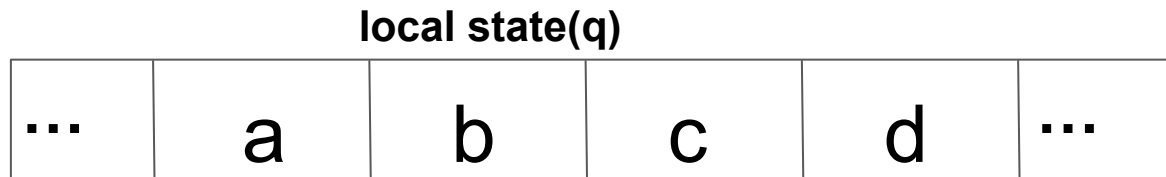
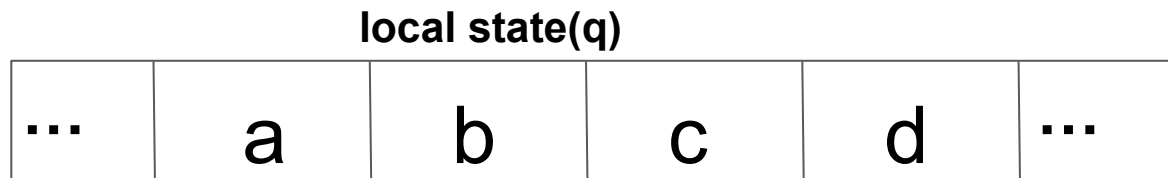
有限コントロールから値を削除



方法

$$a, q \text{ ROTATE}_{5, x' y' z'}, a \rightarrow \bigcirc_q \text{ SWAP}_{1, x' y' z'}$$

蓄積されていた値がなくなった
SWAP stageへ移行

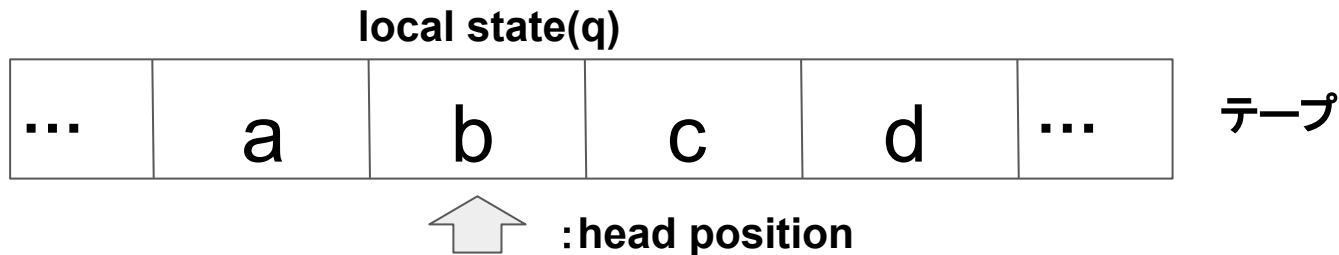


方法

EULER STAGE : SWAP substage

ROTATION substageで示された値に従い、local stateを変更

初期状態(ROTATION substageの続き)



$$(C_1, C_2) = \left(\underline{a \binom{q}{b}} c, \underline{ay \binom{q'}{z}} \right)$$

現在の位置 将来の位置

方法

$${}_q \text{SWAP}_{1, ay(\frac{q'}{z}), b} \rightarrow ({}^q_b) ? \text{SWAP}_{2, ay(\frac{q'}{z}), b}^{\leftarrow}$$

local state(q)



local state(q)



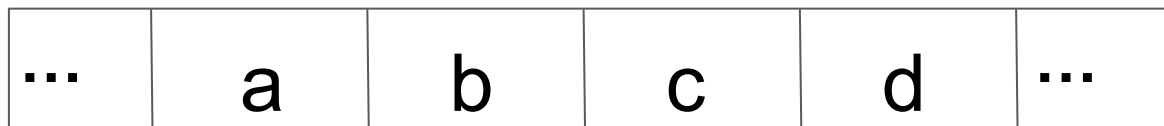
方法

$$\begin{matrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ (a) & \text{SWAP} & & & \\ (b) & & & & \\ \end{matrix} \begin{matrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 2, ay(\frac{a'}{z}) & , & a & & \\ \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ (a) & \text{SWAP} & & & \\ (b) & & & & \\ \end{matrix} \begin{matrix} \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 3, y(\frac{a'}{z}) & , & a & & \\ \end{matrix}$$

local state(q)



local state(q)



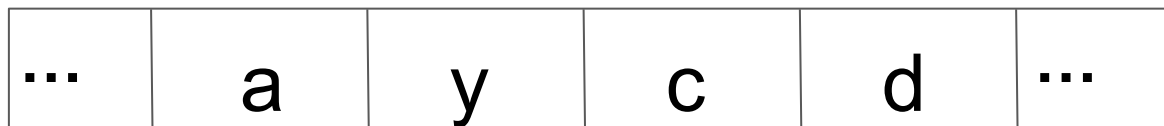
方法

$$\binom{q}{b} ? \text{SWAP}_{3, y(\frac{q'}{z}), b} \rightarrow \binom{q}{b} ? \text{SWAP}_{4, (\frac{q'}{z}), y}$$

local state(q)



local state(q)



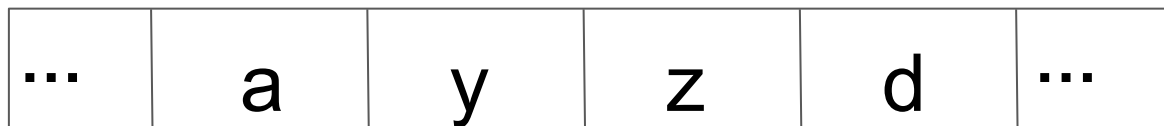
方法

$$\binom{q}{b}^? \text{SWAP}_{4, \binom{q'}{z}}, c \rightarrow \binom{q}{b}^c \text{SWAP}_{5, q'}^{\rightarrow}, z$$

local state(q)



local state(q)



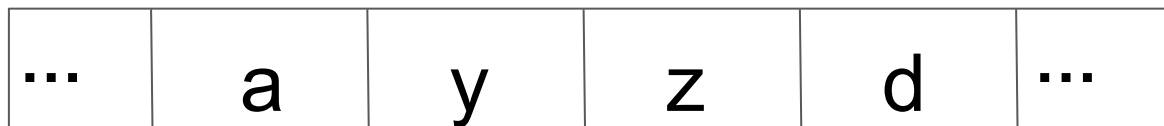
方法

$$\binom{q}{b}_c \text{SWAP}_{5,q'}, d \rightarrow q' \text{EULER}_{5, \binom{q}{b}_c d}^{\leftarrow}, d$$

local state(q)



local state(q')



local state q'で再びEULER stageを行う

方法

その他のステージ

SETUP STAGE

初期状態からEULER STAGEを開始する

TERMINATION STAGE

終了状態に到達したらEULER STAGEを終了する

EULER STAGEを繰り返すことで、チューリング機械上で入力テープ長の範囲で値を変更しながら計算を行うことができた

S(n)の場合について&まとめ

空間計算量がS(n)の場合

→多テープチューリング機械を用いることで証明できる

まとめ

- ・状態遷移図を線形にすることで、入力と同じスペースで計算できる
- ・S(n)の場合にもこの方法を拡張可能