

1 可逆チューリング機械の例

これまでに定義した可逆チューリング機械に基づいて、例を考えてみる。

例 次のようなチューリング機械 $T_2 = (Q_2, (0, 1), b, \delta_2, q_s, q_f)$ を考える。ただし、 $Q_2 = \{q_s, q_1, \dots, q_f\}$ であり、 δ_2 は以下の 3 項組集合である。

$$\delta_2 = \{[q_s, \langle b, b \rangle, q_1], [q_1, \rightarrow, q_2], [q_2, \langle 0, 0 \rangle, q_1], [q_2, \langle 1, 1 \rangle, q_1], [q_2, \langle b, b \rangle, q_3], [q_3, \leftarrow, q_4], [q_4, \langle 0, 1 \rangle, q_3], [q_4, \langle 1, 0 \rangle, q_3], [q_4, \langle b, b \rangle, q_f]\}$$

T_2 は、2 進数表現が書かれたテープが与えられ、ヘッドを 2 進数表現の左隣のます目に置いて初期状態 q_s から動作を開始したとき、書かれている 2 進数表現を反転したものに書き換え、2 進数表現の左隣のます目までヘッドを移動し、最終状態 q_f で停止するチューリング機械である。このとき、 T_2 は 2 進数表現の 1 つ右隣のます目までヘッド移動する。その後、ヘッドを初期の位置に移動させるながら、1 を読み込んだとき 0 に書き換える。また、0 を読み込んだとき 1 に書き換える。各状態における T_2 の動作を以下で説明する。また実際の動作の例は...である。

q_s : 2 進数表現 n の左隣の b を読み、 q_1 へ。

q_1 : ヘッドを右に 1 コマ移動し、 q_2 へ。

q_2 : b 以外を読んだとき、 q_1 へ。また、 b を読んだとき、 q_3 へ。

q_3 : ヘッドを左に 1 コマ移動し、 q_4 へ。

q_4 : 0 を読んだとき、1 に書き換える。また、1 を読み込んだ場合 0 に書き換え、 q_3 へ。そして、 b を読んだとき q_f へ。

T_2 において、 q_1 が 1 番目の項として現れている 3 項組は (i) $[q_2, \langle 0, 0 \rangle, q_1]$, (ii) $[q_2, \langle 1, 1 \rangle, q_1]$ または (iii) $[q_2, \langle b, b \rangle, q_3]$ の 3 つである。ある時刻において T_1 が状態 q_1 であり、現在読んでいるます目が 0 ならば (i)、1 ならば (ii) または b ならば (iii) が直後に実行されるということが一意に決まる。これと同様のことは状態 q_4 でも言えるため、 T_2 は局所的に前方決定的である。また、 q_1 が 3 番目の項として現れている 3 項組は (iv) $[q_s, \langle b, b \rangle, q_1]$ 、(v) $[q_2, \langle 0, 0 \rangle, q_1]$ または (vi) $[q_2, \langle 0, 0 \rangle, q_1]$ の 3 つである。ある時刻において T_1 が状態 q_1 であり、現在読んでいるます目が b ならば (iv)、0 ならば (v) または 1 ならば (vi) が直後に実行されるということが一意に決まる。これと同様のことは状態 q_3 でも言えるため、 T_2 は局所的に後方決定的である。そして T_1 は最終状態からの遷移および初期状態への遷移はない。以上より T_2 は可逆チューリング機械である。