

COT 表現を用いた地形図の解析

—日本の湖周辺を対象として—

2017SE013 服部哲也

指導教員：横山哲郎

1 はじめに

私たちの身の回りには、多くの流れが存在する。例えば、河川の流れや気流、血流などがこれにあたる。近年では技術の発展によって、流れの膨大なデータを得ることができる。しかしこれらの流れを共通の情報として共有することは難しい。そこで流れのトポロジーという観点に注目して行う解析手法がある。トポロジーとは、連続的に変形が可能な図形を同じとみなす幾何学のことであり、位相幾何学ともいう。輪ゴムで四角形と三角形を作るとき、通常の幾何学ではこれらを別の図形とするのに対し、位相幾何学では連続的に変形している点から、同じ図形としている。この考えに注目したトポジカル流れデータ解析 (TFDA: Topological Flow Data Analysis) という手法がある。これはベクトル場や流線軌道などの流れデータから文字列を割り当てて表現する技術である。ここで使われる文字列表現というのは COT 表現のことである。この解析手法により、分野を超えた流れデータの活用が期待される。本研究では、解析の対象を地図上の等高線とし、等高線に対して COT 表現を行い評価を行う。等高線は流れではないが、トポロジーの観点から、対象としても成り立つといえる。等高線のトポジカルな性質を用いることで地形図の効率的かつ効果的な評価が行えるかどうかの検証を目的とする。これにより、TFDA が地形に関連する分野においても有用性があるかを確認することができる。

2 前提条件

TFDA を用いた研究では、文字列の割り当てをする流れは、多重連結領域で非粘性・非圧縮性の構造安定の流れであるという制約条件がある [3]。多重連結領域とは、流れのある領域内に複数の障害物が含まれる状態を指し、障害物が 1 つの場合は単連結領域と呼ぶ。非粘性とは、流れの境界に抵抗する力が働かない性質のことを指す。実際に流れは粘性を持つため、大きな制限であるともいえる。非圧縮性とは、密度が変形の前で変化しない性質のことを指す。構造安定とは、小さな乱れが加わっても流れの位相的構造が変化しないものを呼ぶ [4]。また本研究では、一様流は左から右への流れとし、反時計回りの流れを +、時計回りの流れを - とする。

3 COT 表現

COT 表現とは部分円順序表現 (partially Cyclic Ordered Tree representation) のことで、根付きラベル付き木を文字列化したものである。流れの階層的な構造の情報を表現でき、主に「基本構造」と「局所部分構造」から構

成される [2]。横山らによって開発された。

3.1 基本構造

基本構造とは、流れのある領域内に障害物が何もないときの流れであり、非有界領域内は a_0 のような一様流、有界領域内では β_{0+} , β_{0-} のような回転流を指す [6]。図 1 に基本構造を示す。

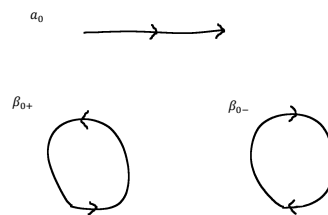


図 1 基本構造

3.2 局所的構造

局所的構造は $(a_-, a_+, a_2, b_{++}, b_{--}, b_{+-}, b_{-+}, c_+, c_-, \beta_+, \beta_-, \sigma_+, \sigma_-)$ の 13 の構成要素からなる [1]。以下に構成要素の説明を示す。また図 2 に局所部分構造を示す。

- a_- : 一様流に 1 つの時計回りの流れ (ループ) がついた構造を表す。
- a_+ : 一様流に 1 つの反時計回りの流れ (ループ) がついた構造を表す。
- a_2 : 一様流が障害物に接続することを表す。
 a_-, a_+, a_2 を A 系列と呼ぶ。
- b_{++} : 互いが反時計回りの 8 の字の流れを表す。
- b_{+-} : 反時計回りの渦の内側に時計回りの渦が生じているときの流れを表す。
- b_{--} : 互いが時計回りの 8 の字の流れを表す。
- b_{-+} : 時計回りの渦の内側に反時計回りの渦が生じているときの流れを表す。
- β_+ : 障害物の境界の反時計回りの流れを表す。
- β_- : 障害物の境界の時計回りの流れを表す。
 $b_{++}, b_{+-}, b_{--}, b_{-+}, \beta_+, \beta_-$ を B 系列と呼ぶ。
- c_+ : 反時計回りの流れが生じる障害物の境界上に、反時計回りの渦が生じているときの流れを表す。
- c_- : 時計回りの流れが生じる障害物の境界上に、時計

回りの渦が生じているときの流れを表す。

c_+, c_- のように流れのある障害物の境界上に渦が生じる流れを C 系列と呼ぶ。

- σ_+, σ_- : 渦中心 (center) のこと。 σ_+ は反時計回りの中心, σ_- は時計回りの中心を表す。

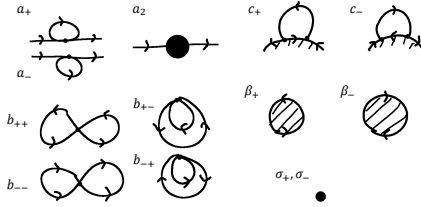


図 2 局所部分構造

4 アプローチ

対象とする地域の地形図を用意し、等高線に対して手作業で COT 表現を行う。なお、地形図は国土院が提供する地理院地図 (電子国土 Web) を用いる。現時点では図 3 に示した阿寒湖と、図 4 に示した摩周湖の地形図を用意している。次に、等高線の流線トポロジーから得られた文字列を比較し、評価する。なお、等高線から手作業で COT 表現を行う手順を以下に示す。

- 等高線を比較的簡易な流線に変換する。
- 特徴的な流線トポロジーを抽出する。
- 流線トポロジーをサドル図式で表し、文字列で表現する。



図 3 阿寒湖周辺の地形図

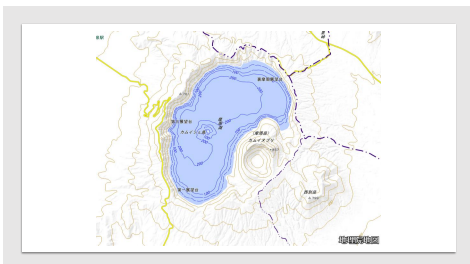


図 4 摩周湖周辺の地形図

5 考察

湖は河川の流入があるものとされており、阿寒湖はこれに該当する。一方、摩周湖は流入する川がないため、河川法によると湖ではなく水たまりとされている。また湖の分類の 1 つとして、カルデラ湖がある。カルデラ湖とは、火山活動によって形成された凹地からできた湖である。対象としている阿寒湖、摩周湖はともにカルデラ湖でもある。ほかの分類に該当する湖周辺の文字列表現と比較することで、これらの特徴を COT の構造から読み取り、分類できるのではないかと考える。具体的には、「湖と水たまりの違い」や「カルデラ湖、内陸湖、海沿いの湖の違い」などである。

6 おわりに

6.1 まとめと今後の課題

流体解析の背景や COT 表現について理解を深めることができた。今後は COT 表現を読み書きできるようにし、等高線に対して文字列の割り当てを手作業で行えるようにする。また、COT が表す特徴からクラスタリングを行い、効率的、効果的な解析であるかを評価する。地形図は日本の湖周辺以外にも、世界の湖周辺やほかの地形でも行いたい、なお、効率を上げるための方法として、python コードで実装されたソフトウェア psiclone を用いた解析も視野に入れる。

参考文献

- [1] 横山知郎: ユーザーガイド: 2次元非圧縮流体の COT 表現 (数理解析の諸問題と力学系理論の新展開), 数理解析研究所講究録, Vol.2181, pp.205-214(2021)
- [2] 横山知郎: ユーザーガイド: 2次元有限型流れの COT 表現とリンク構造, 未発表 (2020).
- [3] 坂上 貴之, 横山 知郎, 澤村 陽一: 二次元多重連結領域内における構造安定な非圧縮流れの文字表現アルゴリズム, 数理解析研究所講究録, Vol.1900, pp.11-25(2014).
- [4] 葛西 洋介, 金崎 雅博, 横山 知郎, 大山 聖, 流線トポロジーの文字列表現を用いた翼型周りの流れの分析手法の研究, 第 34 回数値流体力学シンポジウム (2020)