

# 可逆セルオートマトンによる可逆チューリングマシンの構成法の比較及び改善

2018SE098 若浜大揮

指導教員：横山哲郎

## 1 はじめに

コンピューティングの限界を考える要因の一つとして発熱の増加という点がある。現在のコンピュータは非可逆的であり、中間の計算結果の情報を削除している。こうした情報の消去は発熱に繋がることが理論的に知られている。しかし、可逆コンピューティングに基づいたコンピュータであれば演算結果から演算前の状態に戻すことが可能であり情報を1ビットも削除せずに計算できる。したがって、熱の発生を抑えられる可能性がある [1]。本研究は微視的モデルから可逆万能性を有する可逆チューリングマシンを構成する方法の比較及び改善を目的とする。本研究では、森田の可逆チューリングマシンの構成法で用いられるセルオートマトンの1種である ETPCA 0137, ETPCA 0347 の比較、構成する際に用いられるグライダーやシグナルの一般化、及び新たな TPCA の有用な現象を見つけ Golly を用いて可逆チューリングマシンを構成することを課題とする。

## 2 関連研究

本章では、本研究で用いる可逆チューリングマシンの概要、セルオートマトンの概要、定義について記述する。

### 2.1 可逆チューリングマシンの概要

可逆チューリングマシン (reversible turing machine, 以下 RTM) は、未来かつ過去にも決定的なチューリングマシンである。また、任意の単射関数を計算可能な計算モデルである。

### 2.2 セルオートマトン

内部状態と外部から入力される情報により、次の内部状態と出力する情報が決定するものをオートマトンと呼ぶ。セルと呼ばれる内部状態が有限個であるオートマトンを規則的に並べ、時々刻々とセル同士が互いに影響を与えながら状態が変化するものをセルオートマトン (cellular automaton, 以下 CA) と呼ぶ。本研究では、2次元の CA を用いる。2次元 CA は以下の定義で与えられる。

CA  $C = (\mathbb{Z}^2, Q, (n_1, \dots, n_m), f, \#)$

$\mathbb{Z}^2$ : 2次元整数座標に配置される。  $Q$ : 空でない有限集合であり、各セルの状態を表すもの。  $(n_1, \dots, n_m)$ :  $\mathbb{Z}^{2m}$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ) の要素であり、近傍のセルを表しあるセルは近傍のセルによって状態が遷移する。  $f: Q^m \rightarrow Q$  となる局所関数である。  $\#: f(\#, \dots, \#) = \#$  を満たし静止状態。

また、局所関数は空間内の全てのセルに適用され、状態が変化する。状態が変化する関数を大域関数と呼ぶ。大域関数が全単射のときに限り可逆セルオートマトン (reversible cellular automaton, 以下 RCA) となる。

## 3 初等的三角形分割セルオートマトン

CA の1種である。非常に単純な局所関数でありながら、有用な現象を持つ初等三角形分割セルオートマトンの種類も存在する。

### 3.1 分割セルオートマトン

分割セルオートマトン (partitioned celler automaton, 以下 PCA) とは、各セルが複数に分割されており、RCA を構成できる1種である CA。分割された各セルも状態を持つ。

### 3.2 三角形分割セルオートマトン

三角形分割セルオートマトン (triangular partitioned celler automaton, 以下 TPCA) とは、2次元 PCA の1種であり、セルが正三角形であり上向きのセルと下向きのセルが隣接している CA。1つのセルは3つに分割されており以下の定義で与えられる。

TPCA  $T = (\mathbb{Z}^2, (L, D, R), ((-1, 0), (0, -1), (1, 0)),$

$((1, 0), (0, 1), (-1, 0)), f, (\#, \#, \#)$

$(L, D, R)$ : 空でない有限集合であり、各セルの状態を表す集合  $Q$  は  $Q \in L \times D \times R$  で与えられる。

$((-1, 0), (0, -1), (1, 0))$ : 上向きのセルの近傍の座標。

$((1, 0), (0, 1), (-1, 0))$ : 下向きのセルの近傍の座標。  $f: Q \rightarrow Q$  となる局所関数である。

$l, l' \in L, d, d' \in D, r, r' \in R, f(l, d, r) = (l', d', r')$  が  $(l, d, r), (l', d', r') \in Q$  となる場合、その関係は  $T$  の局所ルールとなる。図1は TPCA の局所ルールである。

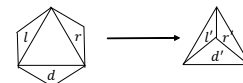


図1 TPCA の局所ルール  $f(l, d, r) = (l', d', r')$

### 3.3 初等的三角形分割セルオートマトンの定義

初等的三角形分割セルオートマトン (elementary triangular partitioned celler automaton, 以下 ETPCA) とは

回転対称かつセルの状態の集合が  $L = D = R = \{0, 1\}$  を満たす TPCA であり, 図 2 のように局所ルールをそれぞれ  $w, x, y, z$  と分けそれらのルールを組み合わせた番号  $w, x, y, z$  の ETPCA は ETPCA  $wxyz$  として識別される.

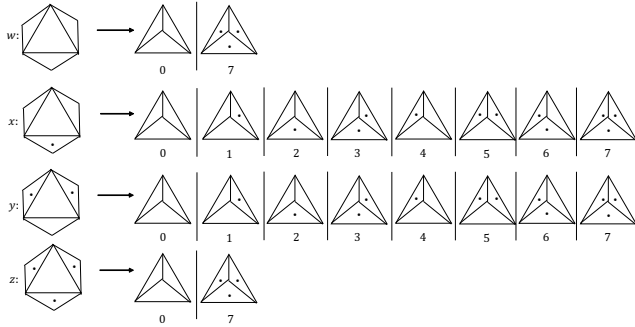


図 2 ETPCA における局所関数の 4 つのルール

### 3.4 初等的三角形分割セルオートマトンを用いた可逆チューリングマシンの構成

ETPCA から RTM を構成する手段として, 本研究では ETPCA の中で微視的な法則から有用な現象を探しそれらを用いて RTM を構成する手段を用いる.

## 4 等価な ETPCA の数の比較

ETPCA 0137 と ETPCA 0347 は RTM が構成可能な事が証明されている [2, 3]. 本研究では, これら 2 種類の比較を行う.

### 4.1 3 種類の双対性

ETPCA の種類は 256 個あり, その中で等価な関係性を持つ ETPCA が数種類存在する. 本研究では, 反射下で鏡像, 相補性, 奇数ステップで相補性となる観点から等価な ETPCA の数を比較する.

**反射下で鏡像** ETPCA を  $T, \hat{T}$  とし, それらの局所関数を  $f, \hat{f}$  としたときに  $\forall (l, d, r), (l', d', r') \in \{0, 1\}^3 : f(l, d, r) = (l', d', r') \Leftrightarrow \hat{f}(r, d, l) = (r', d', l')$  を満たす ETPCA  $\hat{T}$  を ETPCA  $T$  と反射下で鏡像である関係であり互いに等価な ETPCA となる. 局所関数  $f, \hat{f}$  の例:  $f(0, 1, 0) = (0, 0, 1) \Leftrightarrow \hat{f}(0, 1, 0) = (1, 0, 0)$ .

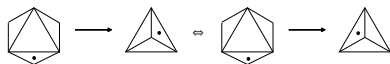


図 3 反射下で鏡像をとる  $f, \hat{f}$  の例

**相補性** ETPCA を  $T, \bar{T}$  とし, それらの局所関数を  $f, \bar{f}$  としたときに  $\forall (l, d, r), (l', d', r') \in \{0, 1\}^3 : f(l, d, r) = (l', d', r') \Leftrightarrow \bar{f}(\bar{l}, \bar{d}, \bar{r}) = (\bar{l}', \bar{d}', \bar{r}')$  を満たす ETPCA  $\bar{T}$  を ETPCA  $T$  と相補性をとる関係であり互いに等価な ETPCA となる. 局所関数  $f, \bar{f}$  の例:  $f(0, 1, 0) = (0, 0, 1) \Leftrightarrow$

$$\bar{f}(1, 0, 1) = (1, 1, 0).$$

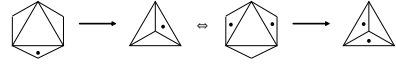


図 4 相補性をとる  $f, \bar{f}$  の例

**奇数ステップで相補性** ETPCA を  $T, \tilde{T}$  とし, それらの局所関数を  $f, \tilde{f}$  としたときに  $\forall (l, d, r), (l', d', r') \in \{0, 1\}^3 : f(l, d, r) = (l', d', r') \Leftrightarrow \tilde{f}(l, d, r) = (\bar{l}', \bar{d}', \bar{r}')$  を満たす ETPCA  $\tilde{T}$  を ETPCA  $T$  と奇数ステップで相補性をとる関係であり互いに等価な ETPCA となる. 局所関数  $f, \tilde{f}$  の例:  $f(0, 1, 0) = (0, 0, 1) \Leftrightarrow \tilde{f}(0, 1, 0) = (1, 1, 0)$

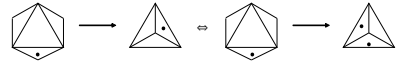


図 5 奇数ステップで相補性をとる  $f, \tilde{f}$  の例

## 4.2 結果

3 種類の双対性に基づく表 1 の結果が得られ, ETPCA 0137 及び ETPCA 0347 と等価な ETPCA 数は等しい事が分かった.

表 1 ETPCA 0137 及び ETPCA 0347 と等価な ETPCA

	反射下で鏡像	相補性	奇数ステップで相補性
ETPCA 0137	ETPCA 0467	ETPCA 0467	ETPCA 7640
ETPCA 0347	ETPCA 0617	ETPCA 0347	ETPCA 7430

## 5 おわりに

現段階での研究の成果として ETPCA 0137 及び ETPCA 0347 と等価な ETPCA 数は等しいことが挙げられた. 引き続き各 ETPCA の比較要素を見つけ行っていく. また構成法で用いられるグライダーやシグナルを構成を一般化する為の研究や新たな TPCA の有用な現象を見つけ Golly を用いて RTM を構成していく事が今後の課題である.

## 参考文献

- [1] 森田憲一: 可逆計算, 近代科学社 (2012).
- [2] Morita, K.: Constructing Reversible Turing Machines in a Reversible and Conservative Elementary Triangular Cellular Automaton, *Journal of Automata, Languages and Combinatorics*, Vol.26, No.1-2, pp.125-144 (2021).
- [3] Morita, K.: How Can We Construct Reversible Turing Machines in a Very Simple Reversible Cellular Automaton?, *Reversible Computation* (Yamashita, S. and Yokoyama, T., Eds.), Cham, Springer International Publishing, pp.3-21 (2021).