

翼型まわりの流れの位相的データ解析

—流れデータの自動生成について—

2015SE067 セベロテルオ

指導教員：横山哲郎

1 はじめに

流体力学は流体の運動を研究対象とする力学の分野の一つであり、その中でも流れを言葉として表現できる流線トポロジー解析がある。これを TFDA といい、ベクトルや流線軌道などの流れのデータを文字列化する技術を持つ新しい流体解析技術である。

今回の研究は一つ翼のまわりの空気の流れを例として、

- 一定の大きさを持った空間で分割できるか
- 揚抗 2次元ベクトルと トポロジーに対応はあるか

上記 2 点を目的として挙げる。

研究の課題点として、

- 形式言語理論, COT 表現, Joukowski 変換の理解を深める。

- 一様流の速度と迎え角の 2次元平面上の各点に対応する Joukowski 翼型まわりの 2次元ベクトル場のデータを生成 (5次元でなく 2次元であるのは簡単のため)

- ベクトル場から COT や Reeb グラフ構造を抽出
- ベクトル場から揚力, 抗力, 揚抗比を計算
- 意味のあるスライスであるかの確認

上記 5 点を挙げる。

研究のアプローチとして、

- Joukowski 写像を計算する Python プログラムを用いて、2次元ベクトル場のデータを生成する。

- NumPy: 科学技術の計算を支援するライブラリ
- Matplotlib: 描画を支援するライブラリ
- 意味のあるスライスであるかの確認に用いる
- psyclone: ハミルトンベクトル場から COT や Reeb グラフ構造を抽出する計算を支援するライブラリ

- ベクトル場から揚力, 抗力, 揚抗比を計算する Python プログラムを作成する方法が挙げられる。

2 流れのトポロジーの解析

2.1 形式言語理論

オートマトンとは、外部から情報を入力した際に、内容の状態が変化していく様子を状態遷移表や図で識別しモデル化したものである。

DFA (決定性有限オートマトン) とは、5つ組 $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ で定められる。ここで、

- Q : 状態集合
- Σ : 入力アルファベット
- δ : $Q \times \Sigma$ から Q への遷移関数
- q_0 : 開始状態 ($q_0 \in Q$)

- F : 受理状態の集合

集合 Q, Σ, F はいずれも有限集合である。

構造安定な流れとは、小さな攪乱 (乱れ) が加わっても流れの位相的な構造が変化しない流れである。... 本稿では、構造安定な流れのみを解析対象とする。

2.2 Joukowski 写像

複素数 $\zeta = \xi + j\eta$ を複素数 $z = x + jy$ にうつす Joukowski 写像

$$z(\zeta) = \zeta + \frac{c^2}{\zeta} \quad (1)$$

を考える。ここで c は定数である。写像 z は、 ζ 平面内の中心が (ξ_0, η_0) で点 $(c, 0)$ を通る円を Joukowski 翼型に変換する。 ξ_0 は翼厚、 η_0 はそれにそれぞれ影響するパラメータである。

パラメータを固定した Joukowski 写像の値は COT 表現に一意に対応する。したがって、COT 表現による空間分割が行える。すなわち、 ξ_0, η_0 , 循環に影響するパラメータ a , 一様流の速度 U , 迎え角 θ の 5次元空間を COT 表現によって分割することができる。

図 1 の円板は、構造安定な流れの中に空いた「穴」と見なされるものであり、障害物に相当する。例えば、河川の中の砂州や橋脚がこうした障害物である。円盤と線分の交点は停留点であり、流れの中で速度がゼロとなる点である。

図 3 には、円状における穴のまわりで回転する流れを作る要素である渦構造がある。

吸い込みとはある一点を中心とする流れにおいて外から中心へ流れが収束することで、湧き出しとはある一点を中心とする流れにおいてその流れが中心から外へ発散することをいう。図 1-2 は、ある一点を中心とする流れにおいて中心から湧き出しが発生した中心へ吸い込みが発生し自分自身に戻ってくる対である吸い込み湧き出し対が無制限遠点になっているともいえる。

ss-orbit:

吸い込み湧き出し対から自分自身へ戻ってくるその軌道を表す。

ss-saddle connection:

吸い込み湧き出し対から出て境界の上につながる軌道。

ss-saddle:

ss-saddle connection がつながっている境界上の点。

2.3 摂動

主要な力が他の力によって攪乱される運動。

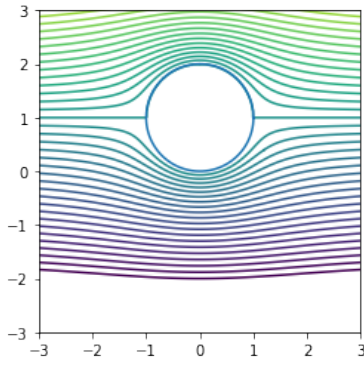


図1 ζ平面

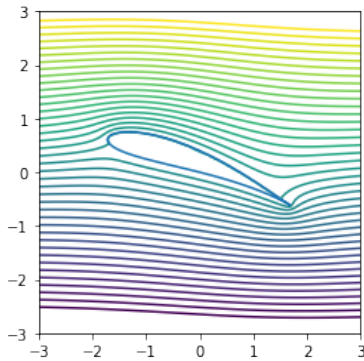


図2 zeta平面：循環なし

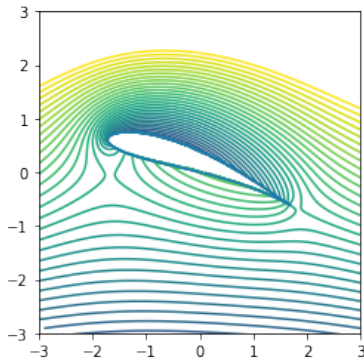


図3 zeta平面：循環あり

a2a0b2

2. 流れの離散表現の列から確率行列を得る

例

```

┌ 0.00 0.00 0.66 ┐ ... a2a0b2
│ 1.00 0.00 0.33 │ ... a2a2a0
└ 0.00 1.00 0.00 ┘ ... a2a2c

```

3. 確率行列から確率オートマトンを得る

3 おわりに

最終発表までの間に、今回の研究の課題点として挙げた

- ベクトル場から COT や Reeb グラフ構造を抽出
- ベクトル場から揚力、抗力、揚抗比を計算
- 意味のあるスライスであるかの確認

上記を解決し、さらに理解を深める事を今後の課題として研究を進めていく。

参考文献

- [YoYo17a] 横山哲郎, 横山知郎: ハミルトン曲面流に対応する語の列挙アルゴリズム, 電子情報通信学会和文論文誌 D, Vol. J100-D, No. 10, pp. 892894 (2017). リンク, 服部くん 2019 年 10 月 14 日の文献調査レポート
- [Yoko20a] 横山知郎: ユーザーガイド: 2 次元有限型流れの COT 表現とリンク構造, 未発表 (2020). <https://math.kyokyo-u.ac.jp/~yokoyama/UGG.pdf>
- [UdYS19] 宇田智紀, 横山知郎, 坂上貴之: パーシステントホモロジーとレーブグラフを用いた 2 次元ハミルトンベクトル場の流線位相構造の自動抽出アルゴリズム, 日本応用数学会論文誌, Vol. 29, No. 2, pp. 187-224 (2019). <https://www.jstage.j>
- [SaYS14] 坂上貴之, 横山知郎, 澤村陽一: 2 次元多重連結領域内における構造安定な非圧縮流れの文字表現アルゴリズム, 数理解析研究所講究録, Vol. 1900, pp. 11-25 (2014). <https://www.kurims.kyoto-u>

2.4 流れの遷移の解析

【方法】

1. 流れの離散表現の列を得る

例

```

a2a2a0
a2a2c
a2a2a0
a2a2c
a2a0b2
a2a2a0
a2a2c

```