

ソフトウェアサイエンス実験

S-8 関数プログラミング 座学第2回

担当教員: 海野 広志 (uhiro@cs.tsukuba.ac.jp)

亀山 幸義 (kam@cs.tsukuba.ac.jp)

担当TA: 佐藤、大倉

(jikken@logic.cs.tsukuba.ac.jp)

実験スケジュール(1/3)

- 7. 型検査と型推論

2019年12月						
日	月	火	水	木	金	土
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

実験スケジュール(2/3)

- 8. コンパイラの作成

2020年1月						
日	月	火	水	木	金	土
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

実験スケジュール(3/3)

- 独自の工夫の考案・実装
- レポート作成

2020年2月						
日	月	火	水	木	金	土
						1
2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15
16	17	18	19	20	21	22
23	24	25	26	27	28	29

座学の内容

- ミニOCaml言語の型システム
- 型検査と型推論

関連資料:「計算論理学」講義テキスト

<http://logic.cs.tsukuba.ac.jp/~kam/lecture/compllogic2015/>

型とは?

- 式の実行時の振る舞いの抽象化
 - $3 + 4 : \text{int}$
 - $\text{true} \ \&\& \ (\text{false} \ || \ \text{true}) : \text{bool}$
 - $\text{fun } x \rightarrow x + 1 : \text{int} \rightarrow \text{int}$
 - $(\text{fun } x \rightarrow x + 1) \ 3 : \text{int}$

 - $3 + 4 : \{x : \text{int} \mid x > 0\}$
 - $\text{fun } x \rightarrow x + 1 : \prod x : \text{int}. \{y : \text{int} \mid y > x\}$

型システム

- “良い式”と“悪い式”を判別するための形式体系
 - 型付けできる式は“良い式”
 - 型付けできない式は“悪い式” (かもしれない)
- ミニOCaml言語では
 - 実行時型エラーを**起こす式**と**起こさない式**を (実際に実行することなく) 判別したい
 - $1 + (3 \geq 0) \rightarrow 1 + \text{true}$ ✖
 - $(1 - 2) + 4 \rightarrow (-1) + 4 \rightarrow 3$ ✔

ミニOCaml言語の型システム (1/3)

- 型判定 $\Gamma \vdash e : \tau$

変数に型を割り
当てるための環境

(型) $\tau ::= \text{int} \mid \text{bool} \mid \tau_1 \rightarrow \tau_2$
(型環境) $\Gamma ::= \emptyset \mid \Gamma, x : \tau$

- 読み方: 式 e は型環境 Γ のもとで型 τ をもつ
- 例: $x : \text{int} \vdash 1 + (x \geq 0) : \text{int}$ は成り立たない
 $x : \text{int} \vdash (1 - x) + 4 : \text{int}$ は成り立つ
- 健全性:
 $\Gamma \vdash e : \tau$ ならば e は実行時型エラーを起こさない

≡ニOCaml言語の型システム (2/3)

(型) $\tau ::= \text{int} \mid \text{bool} \mid \tau_1 \rightarrow \tau_2$

(型環境) $\Gamma ::= \emptyset \mid \Gamma, x : \tau$

$\frac{}{\Gamma \vdash n : \text{int}}$

$\frac{\Gamma \vdash e_1 : \text{int} \quad \Gamma \vdash e_2 : \text{int}}{\Gamma \vdash e_1 + e_2 : \text{int}}$

$\frac{}{\Gamma \vdash \text{true} : \text{bool}}$

$\Gamma \vdash e_1 : \text{bool}$

$\Gamma \vdash e_2 : \tau \quad \Gamma \vdash e_3 : \tau$

$\frac{}{\Gamma \vdash \text{false} : \text{bool}}$

$\frac{\Gamma \vdash e_1 : \text{bool} \quad \Gamma \vdash e_2 : \tau \quad \Gamma \vdash e_3 : \tau}{\Gamma \vdash \text{if } e_1 \text{ then } e_2 \text{ else } e_3 : \tau}$

Quiz

(if true then 1 else false) + 2

は型付けできるか？

≡二OCaml言語の型システム (3/3)

(型) $\tau ::= \text{int} \mid \text{bool} \mid \tau_1 \rightarrow \tau_2$
(型環境) $\Gamma ::= \emptyset \mid \Gamma, x : \tau$

$$\frac{x : \tau \in \Gamma}{\Gamma \vdash x : \tau} \qquad \frac{\Gamma, x : \tau_1 \vdash e : \tau_2}{\Gamma \vdash \text{fun } x \rightarrow e : \tau_1 \rightarrow \tau_2}$$

$$\frac{\Gamma \vdash e_1 : \tau_1 \rightarrow \tau_2 \quad \Gamma \vdash e_2 : \tau_1}{\Gamma \vdash e_1 e_2 : \tau_2}$$

例：型導出

$$\frac{\frac{x : \text{int} \vdash x : \text{int} \quad x : \text{int} \vdash 1 : \text{int}}{x : \text{int} \vdash x + 1 : \text{int}}}{\emptyset \vdash \text{fun } x \rightarrow x + 1 : \text{int} \rightarrow \text{int}}$$
$$x : \text{bool} \vdash x : \text{bool}$$
$$x : \text{bool} \vdash 1 : \text{int}$$
$$x : \text{bool} \vdash 2 : \text{int}$$
$$x : \text{bool} \vdash \text{if } x \text{ then } 1 \text{ else } 2 : \text{int}$$

型検査と型推論

- (通常)型検査器:
 - 入力: Γ, e, τ
 - 出力: $\Gamma \vdash e : \tau$ が成り立つか否か
- 実験で作成する型検査器:
 - 入力: Γ, e
 - 出力: τ such that $\Gamma \vdash e : \tau$ (if any)
- 型推論器:
 - 入力: e
 - 出力: Γ, τ such that $\Gamma \vdash e : \tau$ (if any)

型推論の流れ

1. 推論したい型環境 Γ や型 τ を表す型変数を導入
2. それらを使って型検査を行いながら型変数の制約を集める
3. 型変数の制約を解く

例：型検査

$$\alpha = \beta = \text{int}$$

$$x : \alpha \vdash x : \alpha$$

$$x : \alpha \vdash 1 : \text{int}$$

$$x : \alpha \vdash x + 1 : \beta$$

$$\emptyset \vdash \text{fun } x \rightarrow x + 1 : \alpha \rightarrow \beta$$

単一化

- 入力: 型変数を含む2つの型
- 出力: 型変数に適切な型を代入し、2つの型を一致させることができるか？
(Yesの場合は最も一般的な代入も出力)
- 例:
入力: $\text{int} \rightarrow \alpha = \beta \rightarrow \text{int}$
出力: $\{\alpha \mapsto \text{int}, \beta \mapsto \text{int}\}$