

3. 統 構 造 的 意 味 論



- 自然意味論 Natural Semantics
 - 以下NS
- 構造操作的意味論 Structural Operational Semantics
 - 以下SOS



abort

$$S ::= x := a \mid \text{skip} \mid S_1 ; S_2 \mid \text{if } b \text{ then } S_1 \text{ else } S_2 \\ \mid \text{while } b \text{ do } S \mid \text{abort}$$

- 直観的理解：abortはプログラムの実行を停止する
- $\langle \text{abort}, s \rangle$ が行き詰まることでモデル化
- NSとSOSの両方とも遷移規則の集合を変更しない。
abortに関する遷移規則が無いので
計算状況 $\langle \text{abort}, s \rangle$ が行き詰まる。



例

- abort
 - NS: 導出木はない
 - SOS: 有限導出列 $\langle \text{abort}, s \rangle$
- skip
 - NS: 導出木 $\langle \text{skip}, s \rangle \rightarrow s$
 - SOS: 有限導出列 $\langle \text{skip}, s \rangle \Rightarrow s$
- while true do skip
 - NS: 導出木はない
 - SOS: 無限導出列



非決定性

$$S ::= x := a \mid \text{skip} \mid S_1 ; S_2 \mid \text{if } b \text{ then } S_1 \text{ else } S_2 \\ \mid \text{while } b \text{ do } S \mid S_1 \text{ or } S_2$$

- 直観的理解: $S_1 \text{ or } S_2$ は非決定的に S_1 と S_2 のどちらかを選択
- NSとSOSの両方で新規則が必要



非決定性ための新規則

- 自然意味論

$[\text{or}_{\text{ns}}^1]$

$$\frac{\langle S_1, s \rangle \rightarrow s'}{\langle S_1 \text{ or } S_2, s \rangle \rightarrow s'}$$

$[\text{or}_{\text{ns}}^2]$

$$\frac{\langle S_2, s \rangle \rightarrow s'}{\langle S_1 \text{ or } S_2, s \rangle \rightarrow s'}$$

- 構造操作的意味論

$[\text{or}_{\text{sos}}^1]$

$$\langle S_1 \text{ or } S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S_1, s \rangle$$

$[\text{or}_{\text{sos}}^2]$

$$\langle S_1 \text{ or } S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S_2, s \rangle$$



例

- $x:=1 \text{ or } (x:=2;x:=x+2)$
 - NS: $\langle x:=1 \text{ or } (x:=2;x:=x+2), s \rangle \rightarrow s[x:=1]$
 - NS: $\langle x:=1 \text{ or } (x:=2;x:=x+2), s \rangle \rightarrow s[x:=4]$
 - SOSでも同様
- $(\text{while true do skip}) \text{ or } (x:=2;x:=x+2)$
 - NS: $\langle (\text{while true do skip}) \text{ or } (x:=2;x:=x+2), s \rangle \rightarrow s[x:=4]$
が**唯一**の導出木
 - SOS: 左の節が選ばれると無限導出列,
右の節が選ばれると有限導出列

並列性

$$S ::= x := a \mid \text{skip} \mid S_1 ; S_2 \mid \text{if } b \text{ then } S_1 \text{ else } S_2 \\ \mid \text{while } b \text{ do } S \mid S_1 \text{ par } S_2$$

- 直観的理解：S1 par S2は両方の節が実行される。
インターリーブされて実行される。
- 例 $x:=1 \text{ par } (x:=2;x:=x+2)$ は次のいずれかで実行される：
 - $x:=1;x:=2;x:=x+2$
 - $x:=2;x:=1;x:=x+2$
 - $x:=2;x:=x+2;x:=1$
- SOSでは新規則が必要
- NSでは？



SOSにおける並列性のための規則

$$[\text{par}_{\text{sos}}^1] \quad \frac{\langle S_1, s \rangle \Rightarrow \langle S'_1, s' \rangle}{\langle S_1 \text{ par } S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S'_1 \text{ par } S_2, s' \rangle}$$

$$[\text{par}_{\text{sos}}^2] \quad \frac{\langle S_1, s \rangle \Rightarrow s'}{\langle S_1 \text{ par } S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S_2, s' \rangle}$$

$$[\text{par}_{\text{sos}}^3] \quad \frac{\langle S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S'_2, s' \rangle}{\langle S_1 \text{ par } S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S_1 \text{ par } S'_2, s' \rangle}$$

$$[\text{par}_{\text{sos}}^4] \quad \frac{\langle S_2, s \rangle \Rightarrow s'}{\langle S_1 \text{ par } S_2, s \rangle \Rightarrow \langle S_1, s' \rangle}$$



例

$\langle x:=1 \text{ par } (x:=2; x:=x+2), s \rangle$
 $\Rightarrow \langle x:=2; x:=x+2, s[x:=1] \rangle$
 $\Rightarrow \langle x:=x+2, s[x:=2] \rangle$
 $\Rightarrow s[x:=4]$

$\langle x:=1 \text{ par } (x:=2; x:=x+2), s \rangle$
 $\Rightarrow \langle x:=1 \text{ par } x:=x+2, s[x:=2] \rangle$
 $\Rightarrow \langle x:=1, s[x:=4] \rangle$
 $\Rightarrow s[x:=1]$

$\langle x:=1 \text{ par } (x:=2; x:=x+2), s \rangle$
 $\Rightarrow \langle x:=1 \text{ par } x:=x+2, s[x:=2] \rangle$
 $\Rightarrow \langle x:=x+2, s[x:=1] \rangle$
 $\Rightarrow s[x:=3]$



NSでは並列性を巧く扱えない

$$\frac{\langle S_1, s \rangle \rightarrow s', \langle S_2, s' \rangle \rightarrow s''}{\langle S_1 \text{ par } S_2, s \rangle \rightarrow s''}$$

$$\frac{\langle S_2, s \rangle \rightarrow s', \langle S_1, s' \rangle \rightarrow s''}{\langle S_1 \text{ par } S_2, s \rangle \rightarrow s''}$$



まとめ：非逐次的な拡張

	自然意味論	構造操作的意味論
非決定性	ループを防げる	ループしてしまうことがある
並列性	実行のインターリーブを表現不可	実行のインターリーブが表現可能

- 操作的意味論の拡張
- 非決定性，並列性